



14

ES COPIA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

Universidad Nacional de Moreno  
Departamento de Ciencias Aplicadas y Tecnología

LIC. MARISA MENEIRO  
JEFA DE DEPARTAMENTO  
MESA DE ENTRADAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

ANEXO I

Universidad Nacional de Moreno  
Asignatura: ANÁLISIS MATEMÁTICO II (2021)

Carrera: INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA (Plan de estudios aprobado por Resolución UNM-R N° 21/10 y sus modificatorias UNM-R N° 407/11 y UNM-R N° 39/16)<sup>1</sup>

Área: Matemática  
Trayecto curricular: Ciclo Inicial  
Período: 1° y 2° Cuatrimestre - Año 2  
Carga horaria: 160 (ciento sesenta) horas  
Vigencia: A partir del 1° Cuatrimestre del año 2017  
Clases: 64 (sesenta y cuatro)  
Régimen: de regularidad o libre

Responsable de la asignatura: Matías DALVARADE.  
Programa elaborado por: Matías Dalvarade y Fernando Chorny

**FUNDAMENTACIÓN**

En el prólogo de la excelente obra Calculus, single variable<sup>2</sup> puede leerse: "El cálculo es uno de los mayores logros del intelecto humano. Inspirados por problemas de astronomía, Newton y Leibniz desarrollaron las ideas del cálculo hace aproximadamente 300 años y, desde entonces, cada siglo ha demostrado la fuerza del cálculo para contestar a preguntas en matemáticas, ciencias físicas, ingeniería, ciencias sociales y biológicas.

El gran éxito del cálculo se debe a su extraordinaria capacidad para reducir problemas complicados a reglas y procedimientos sencillos. Pero precisamente aquí está el riesgo de enseñar cálculo: es posible exponer el tema solamente como un conjunto de reglas y procedimientos, con lo cual se pierde de vista su valor matemático y práctico."

El presente programa está desarrollado en consonancia con la advertencia del prólogo citado: se busca, a partir de la presentación de diversos problemas -fundamentalmente en contextos físicos y geométricos- abordar los contenidos del Cálculo, siempre privilegiando el sentido práctico como puerta

<sup>1</sup> Se encuentra autorizado por Resol. 2287/13 y 2288/13 del MINISTERIO DE EDUCACIÓN

<sup>2</sup> Deborah Hughes-Hallett, William G. McCallum, et al, Calculus, single variable, John Wiley & Sons, Inc. (En la Bibliografía -ver abajo- aparece citada una edición en español).

de entrada y postergando las fundamentaciones rigurosas para el momento en que el estudiante ya haya atribuido un sentido al concepto.

El curso se propone también desarrollar en los estudiantes habilidades y eficiencia para manejarse con los procedimientos básicos (i.e. derivar e integrar), pero de manera que "la comprensión refuerce la habilidad de cálculo"<sup>1</sup>.

Desde esta perspectiva didáctica, los contenidos del programa aparecen organizados siempre desde los ejemplos particulares, hacia las generalizaciones teóricas.

Hasta aquí, la fundamentación coincide con la que encabeza el programa de Análisis Matemático I, no por repetición, sino por coherencia con el enfoque propuesto para ambas materias.

Respecto de los contenidos, el curso es una continuación de Análisis Matemático I, que extiende los resultados del Cálculo al caso de funciones de varias variables. Se introducen en primer lugar las funciones de  $R^2$  en  $R$ , poniendo especial atención a la variedad de contextos que se pueden modelizar con ellas: distribuciones de temperatura, de poblaciones, mapas topográficos, distribuciones de potencial eléctrico, etc. y se propone un fuerte trabajo conceptual sobre la lectura de información en los diagramas de contorno. También ilustrados sobre lo que sucede con los diagramas de contorno, se abordan los conceptos de derivadas parciales, derivadas direccionales, límite y continuidad, diferenciabilidad, extremos libres y extremos restringidos.

La lectura e interpretación y producción de los diagramas de contorno en  $R^2$  y de los gráficos de las funciones en  $R^3$  se acompañan con el software GeoGebra y se vinculan gradualmente a su manejo analítico, mediante las definiciones técnicas y la manipulación algebraica que se van incorporando. Se pone más énfasis en la aproximación lineal de funciones diferenciables que en el estudio detallado de los casos de funciones que pierden su diferenciabilidad en algún punto, entendiendo que estos últimos casos son valiosos para comprender por contraste el concepto de diferenciabilidad, pero que no deben convertirse en el objeto central de estudio.



**ES COPIA**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

14

Universidad Nacional de Moreno  
Departamento de Ciencias Aplicadas y Tecnología

LIC. MARIANA MENEIRO  
JEFA DE DEPARTAMENTO  
MESA DE ENTRADAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

Las integrales múltiples e integrales de línea se presentan también desde un punto de vista intuitivo, proponiendo distintos contextos reales en los que se piden estimaciones que llevan a los alumnos a poner en juego en forma rudimentaria los cálculos que, posteriormente más sistematizados y formalizados, desembocan en la integral de Riemann. Pero el énfasis está puesto en llegar al cálculo sistemático por una vía constructiva que no permita perder de vista qué es lo que la integral está calculando y cómo lo está haciendo.

Los campos vectoriales y la búsqueda de líneas de campo, los campos conservativos y las líneas de campo caracterizadas como las trayectorias ortogonales a sus curvas equipotenciales serán el contexto elegido para dar lugar a problemas que desembocan en el planteo de ecuaciones diferenciales. El entrenamiento con la lectura de información en  $R^2$  permitirá abordar el estudio de las ecuaciones diferenciales poniendo fuerte énfasis en los métodos numéricos de resolución, apoyados en recursos de software y en las nociones geométricas que los fundamentan.

Pensamos que el estudiante alcanza la comprensión genuina de los conceptos abstractos cuando es capaz de apreciarlos como generalización de casos particulares concretos que alcanza a dominar. Desde esta perspectiva, el enfoque didáctico del curso estará orientado a proponer a los estudiantes problemas cuyo análisis les brinde esta variedad de casos particulares significativos, sobre los que se espera que puedan construir conocimientos posteriores.

Este carácter constructivo del curso demanda que las Unidades en las que los contenidos aparecen organizados, más abajo, no se recorran necesariamente en un orden cronológico, sino en un recorrido espiralado (en el sentido de Bruner), razón por la cual la organización en Unidades busca en realidad facilitar su lectura y comunicación.

Son, por lo tanto, propósitos del curso:

- Presentar el Cálculo caracterizándolo como una teoría unificadora adecuada para resolver cierto tipo de problemas relacionados con velocidad, área, volumen, razón de crecimiento, tangencia, etc.

- Desarrollar en los estudiantes una mirada matemática capaz de reconocer ciertos problemas como naturalmente abordables desde los recursos del cálculo y reconocer también cuáles son sus límites, es decir, qué problemas no son posibles de abordar desde el cálculo.
- Brindar ejemplos y contextos favorecedores de la comprensión para los distintos contenidos del curso.
- Estimular la exploración, la búsqueda de relaciones y la interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de diversos problemas.
- Destacar la estimación y la aproximación como estrategias de cálculo válidas para resolver determinados problemas.

#### OBJETIVOS GENERALES

- Desarrollar habilidades en la utilización del lenguaje matemático para formalizar, interpretar y resolver problemas.
- Adquirir habilidad para formular y representar modelos.
- Familiarizarse con los paquetes informáticos para el análisis y resolución de problemas.

#### CONTENIDOS MÍNIMOS

Problemas de modelización. Límite y continuidad. Derivadas parciales. Derivadas de un campo escalar respecto a un versor. Fórmula de Taylor. Extremos libres. Integrales múltiples. Integral de línea. Campos vectoriales. Teoremas integrales. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden. Resolución de ecuaciones diferenciales de segundo orden. Funciones de varias variables.

#### PROGRAMA

##### Unidad 1: Funciones de varias variables

Funciones de dos variables. Dominio. Gráfica de funciones de dos variables.  
Diagramas de contorno. Funciones de más de dos variables.

##### Unidad 2: Límite y continuidad

Acercamientos en el plano. Límite doble: concepto y cálculo. Límites iterados. Continuidad.



14

**ES COPIA**  
 UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORCNO

Universidad Nacional de Morcno  
 Departamento de Ciencias Aplicadas y Tecnología

Lic. MARISAMENEIRO  
 JEFA DE DEPARTAMENTO  
 MESA DE ENTRADAS  
 UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORCNO

### Unidad 3: Derivación

Vectores. Producto interno. Producto cruz. Derivada parcial. Cálculo algebraico de derivadas parciales. Linealidad local. Plano tangente. El diferencial. Gradientes y derivadas direccionales en el plano. Gradientes y derivadas direccionales en el espacio. Regla de la cadena. Derivadas parciales de segundo orden. Formula de Taylor. Extremos locales. Extremos globales. Optimización no restringida. Optimización restringida. Multiplicadores de Lagrange.

### Unidad 4: Integración

Integral doble. Teorema de integrabilidad. Teorema de Fubini. Integral doble sobre regiones más generales. Clasificación de regiones. Integrales triples como extensión de las dobles. Coordenadas polares. Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas. Trayectoria. Longitud de arco. Campo vectorial. Línea de flujo. Integral de trayectoria. Integral de línea. Reparametrizaciones. Generalización del TFC. Campos conservativos. Superficies parametrizadas. Plano tangente. Área de una superficie. Integrales de funciones escalares sobre superficies. Integrales de funciones vectoriales sobre superficies. Teorema de Green. Forma vectorial del teorema. Cálculo de áreas a partir del teorema. Rotor. Divergencia. Teorema de Gauss. Teorema de Stokes.

### Unidad 5: Ecuaciones diferenciales

Concepto de ecuación diferencial. Orden. Grado. Existencia de la solución general. Formación de ecuaciones diferenciales. Ecuaciones diferenciales de variables separables. Trayectorias ortogonales. Ecuaciones diferenciales lineales, obtención de la solución general. Ecuaciones diferenciales homogéneas, solución general. Ecuaciones diferenciales totales exactas, solución general. Factor integrante, obtención para el caso que dependa de una sola variable. Ecuaciones de segundo orden incompletas. Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden: homogéneas (deducir solución general en cada caso) y completas. Método de variación de parámetros. Aplicaciones. Resolución de problemas simples de modelos matemáticos con ecuaciones diferenciales. Representación gráfica de las soluciones. Soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Métodos de Euler. Métodos de Runge-Kutta.

**BIBLIOGRAFÍA**

- MacCallum, William George; Gleason, Andrew M; Hughes-Hallett, Deborah, Calculo de varias variables, CECSA, 1999.
- Apostol, Tom M.; Calculus II : cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones para ecuaciones diferenciales y probabilidad, Reverte, 2011.
- Larson, Ron; Edwards, Bruce H.; Cálculo 2 : de varias variables, McGraw-Hill, 2010
- Dennis G. Zill; Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones de modelado, Cengage Learning, 2009.

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

- Mardsen, J. & Tromba, A. J.; Cálculo Vectorial. Ed. Addison-Wesley, 1998.
- Pita Ruiz, Claudio; Cálculo vectorial , Prentice-Hall Hispanoamericana, 1995.
- Strang, Gilbert; Calculus, Wellesley-Cambridge Press, Massachusetts, 1991
- Dennis G. Zill, Warren S.Wright; Cálculo de varias variables, McGraw-Hill, 2011

**OBJETIVOS PEDAGÓGICOS**

Que los estudiantes:

1. Se acerquen al conocimiento de los campos escalares y vectoriales y el cálculo infinitesimal en varias variables.
2. Aprendan a trabajar con problemas que pueden modelizarse con herramientas del cálculo infinitesimal.
3. Profundicen su conocimiento de formalizar conceptos en forma oral y escrita, usando el lenguaje técnico y la simbología de la disciplina.
4. Conozcan distintas formas de demostración.
5. Aprendan a aplicar los resultados dados en forma correcta y resuelvan problemas elementales de aplicación a la ingeniería.
6. Usen el orden y la claridad de conceptos necesarios en Matemática para su aplicación en otras ramas de la ciencia, especialmente en la Física y la Electrónica y las disciplinas de ella derivadas, ya que esta materia se puede considerar para el futuro ingeniero como una herramienta necesaria para el estudio de la Física y la Electrónica.



ES COPIA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

14

Universidad Nacional de Moreno  
Departamento de Ciencias Aplicadas y Tecnología

Lic. MARISAMENEIRO  
JEFA DE DEPARTAMENTO  
MESA DE ENTRADAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MORENO

**METODOLOGÍA DE TRABAJO**

Los alumnos trabajarán con distintas dinámicas (en pequeños grupos, en forma individual, con o sin el soporte del software). Se promoverán debates sobre la diversidad de soluciones, la validación de las mismas, la generalización de las preguntas y de los conceptos abordados. Los docentes conducirán la clase promoviendo la participación, la reflexión, construcción a partir del error y la síntesis de los conocimientos movilizados.

Nuestro enfoque didáctico rompe con la estructura de concebir la disciplina escindida en teoría y práctica. Se busca ver emerger los conceptos teóricos a partir de los problemas propuestos que constituyen la práctica. Toda la propuesta del curso está basada en la resolución de problemas, en general por escrito, con intervenciones del software proyectado con el cañón en el aula (fundamentalmente el programa GeoGebra). El uso de software no está tan sistematizado como en las materias del área del primer año de la carrera, pero se espera que los alumnos lo consideren una alternativa más de estudio y recurran a él espontáneamente mediante sus propios dispositivos. La habilidad experimental se desarrolla en forma transversal a varios de los problemas. Si bien la matemática es una ciencia deductiva, se concibe la experimentación como un recurso absolutamente pertinente al quehacer matemático, en tanto permite explorar posibilidades, buscar ejemplos y contraejemplos y formular conjeturas. La asignatura se desarrollará en una clase semanal de cinco horas, a partir de la resolución de problemas. En algunos casos estos problemas estarán en las guías editadas de trabajos prácticos y en otros serán propuestos por el/la docente o tomados de la bibliografía de la materia.

Se desarrollará un sistema de evaluación que permita un seguimiento y acompañamiento de los estudiantes, mediante resolución de problemas en clase y cuatro instancias de evaluación parcial, distribuidas uniformemente a lo largo del año de cursada.

**EVALUACIÓN Y ACREDITACIÓN**

La aprobación de la materia, bajo el régimen de regularidad, requerirá una asistencia no inferior al 80% en las clases presenciales previstas para la asignatura. El estudiante regular será evaluado a través de una serie de pruebas parciales escritas, de carácter teórico-práctico, cuyas

modalidades y cronograma serán comunicados por el docente al inicio de la cursada. El régimen de promoción se detalla a continuación.

- Promoción directa. Requiere la obtención de un mínimo de 7 puntos en cada una de las instancias parciales de evaluación (carácter teórico-práctico). La nota final será el promedio de las notas de todas estas evaluaciones. En caso de no cumplir con las condiciones expuestas, pasará al sistema de promoción con examen final.
- Promoción con examen final. Previo al examen final, el estudiante deberá aprobar todas las evaluaciones parciales de carácter teórico-práctico con un mínimo de 4 puntos cada una. Estas evaluaciones parciales podrán recuperarse una vez cada una. En ningún caso la recuperación de estas evaluaciones parciales permitirá al estudiante regresar al régimen de promoción directa.

Si el alumno no puede acceder a ninguno de los sistemas antes descriptos, pierde su condición de alumno regular y puede aprobar la materia en calidad de alumno libre.

- Libre. El estudiante deberá dar ante la mesa examinadora en las fechas de final un examen oral y escrito que abarque todos los temas del programa. La aprobación será con un mínimo de 4 puntos.